

محاضرات الدفتر

القسم : كابل - رياضيات السنة : الرابعة +2 المادة : منطق رياضي . المحاضرة : على - 1

- العلاقة الثنائية : هي مجموعة جزئية من جداء الديكارتي

$$p \subseteq E \times E = \{(a, b) ; a, b \in E\}$$

$$A \times B = \{(a, b) ; a \in A, b \in B\}$$

- صفات لعلاقة :

1- انعكاسية

2- تناظرية (لا تناظرية)

3- تنافرية (لا تنافرية)

4- متعدي

للمجموعة A هي جمع يدل ببناء على ذاتة .

تعريف : هي مجموعة : مجموعة من العناصر تتقيد بصفة واحدة على الأقل .

تمرين 1 : لتكن لدينا العلاقة المجموعة $S = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ ولتكن العلاقة R على S معرفة بالشكل التالي :

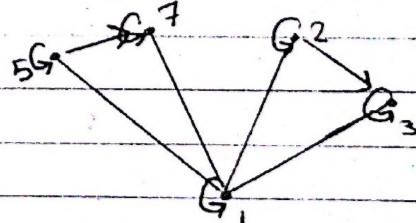
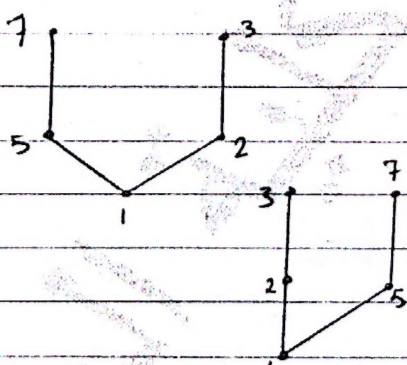
$$R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (2, 3), (1, 3), (3, 3), (1, 5), (5, 5), (5, 7), (7, 7), (1, 7)\}$$

أرصد إبيان الموجه ومخطط هاس لهذه العلاقة بعد التأكد من كونها علاقة ترتيبية .

الحل : من تعريف العلاقة نجد اننا انعكاسية و تناظرية و متعدي وبالتالي فهي علاقة ترتيبية جزئية على S أي أن (R, S) مجموعة مرتبة جزئياً .

مخطط هاس

إبيان الموجه :



أو يمكن رسم مخطط هاس بالشكل

تمرين 2 :

لتكن لدينا المجموعتان $D(12)$ و $D(16)$ برهن أن هاتين المجموعتين مع العلاقة (تنظيم) هما مجموعتان مرتبتان جزئياً ثم ارسم مخطط هاس لكل منهما :

الحل :

$$D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$D(16) = \{1, 2, 4, 8, 16\}$$

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

• ان، علاقة انعكاسية وذلك لأن أي عنصر قاسم لنفسه $\forall a \in N; a|a$
 • ان، علاقة اقالية وذلك لأن :

$$a|b \text{ و } b|a \Rightarrow a=b$$

$$\exists n, m \in N^* ; b=na \wedge a=mb \Rightarrow a=m(na)=(nm)a$$

$$\Rightarrow nm=1 \Rightarrow n=m=1 \Rightarrow b=1.a \wedge a=1.b \Rightarrow a=b$$

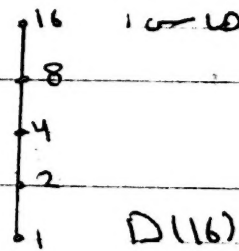
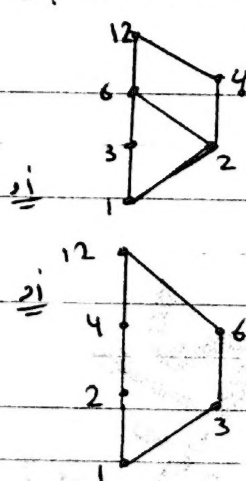
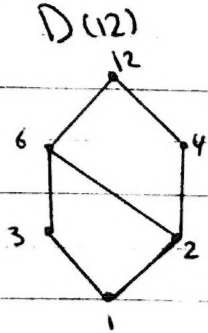
• ان، علاقة استمرارية وذلك لأن إذا كان :

$$a|b \wedge b|c \Rightarrow a|c$$

$$\exists n, m \in N^* ; b=na \text{ و } c=mb \Rightarrow c=m(na)=(mn)a$$

$$\Rightarrow a|c$$

دوران كل من $(D(12), 1)$ و $(D(16), 1)$ مجموعتان مرتبتي جزئياً



تلاحظ ان $D(16)$ سلسلة
 « أي كل عنصر فيه مقارن » ويعني $(D(16), 1)$ مجموعة مرتبة كلياً.

بينما جذران $D(12)$ ليست سلسلة لأن فيه $3 \times 2 = 2 \times 3$ أي ليست ترتيب كلياً عليها.

ترتيب [3].
 لو كان لدينا ~~مخطط هاس~~ ارسم مخطط هاس لك من علاقة الترتيب الجزئية

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

الحل : مخطط هاس

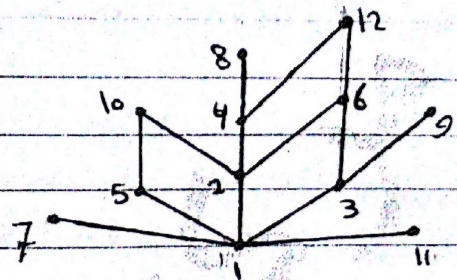
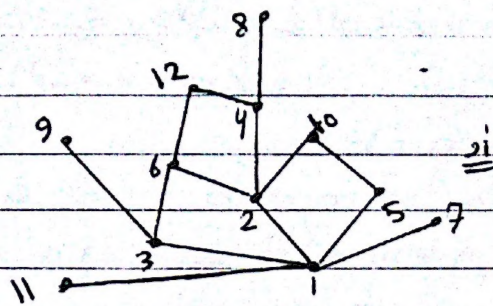
محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :



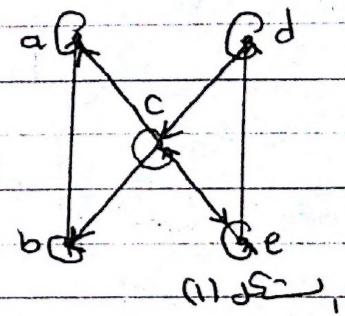
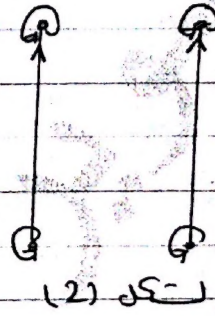
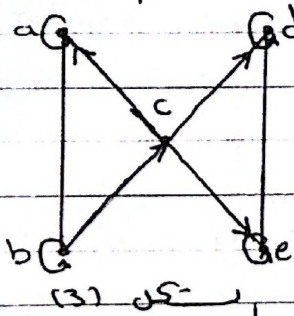
نلاحظ أنه (1) هو عنصر أصغر ولا يوجد عنده أكبر

والعناصر الأعظمية هي: 12, 11, 9, 8, 10, 7

$$\inf\{10, 12\} = 2, \quad \sup\{2, 3\} = 6$$

تمرين 4 =

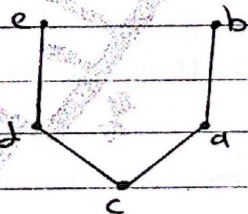
بين أي من البنى التالية الموجودة تعرف علاقة ترتيب جزئي وارسم مخطط هاس (5):



الحل: مخطط هاس .

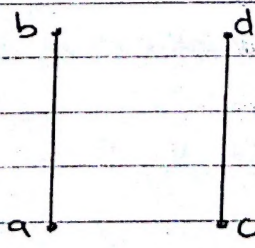
البنية (1)

تمثل مجموعة مرتبة لأن علاقة الترتيب المعروفة عليها انعكاسية ومتعدية وتخالفية .



البنية (2)

تمثل علاقة ترتيب لأنها تافعية وانعكاسية ومتعدية .



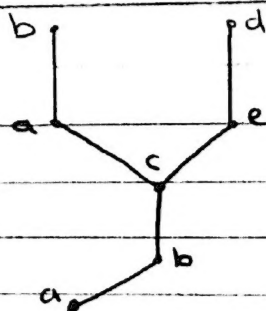
محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :



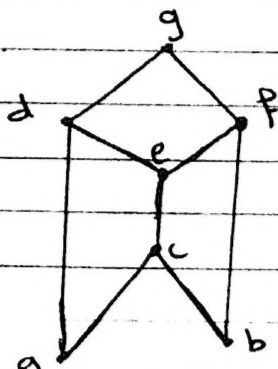
السؤال (3) : ليس في مخطط هارسي
وذلك لأننا ليس متعدياً من

$$a \leq b \text{ و } b \leq c$$

ولكن $a \not\leq c$

مربع 5 -

ليكن لدينا مخطط هارسي التالي :



$$\sup \{d, e, f\} = g$$

$$\inf \{a, c, f\} = d$$

1 - ادع

الحل :

$$\inf \{a, b\} = \text{غير موجود}$$

$$\sup \{a, b\} = c$$

لا يوجد عنصر أصغر من c هو العنصر الأكبر
والعناصر الأصغر من c فقط a, b.

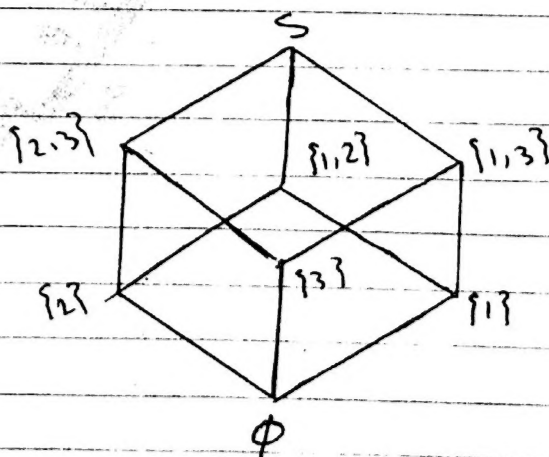
مربع 6 -

أوجد مخطط هارسي لمجموعة القوة للمجموعة $S = \{1, 2, 3\}$ مع علاقة الاصغر

الحل :

$$P(S) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, S\}$$

لاحظ أن \emptyset هو العنصر الأصغر و S هو العنصر الأكبر.



انتهت المحاضرة